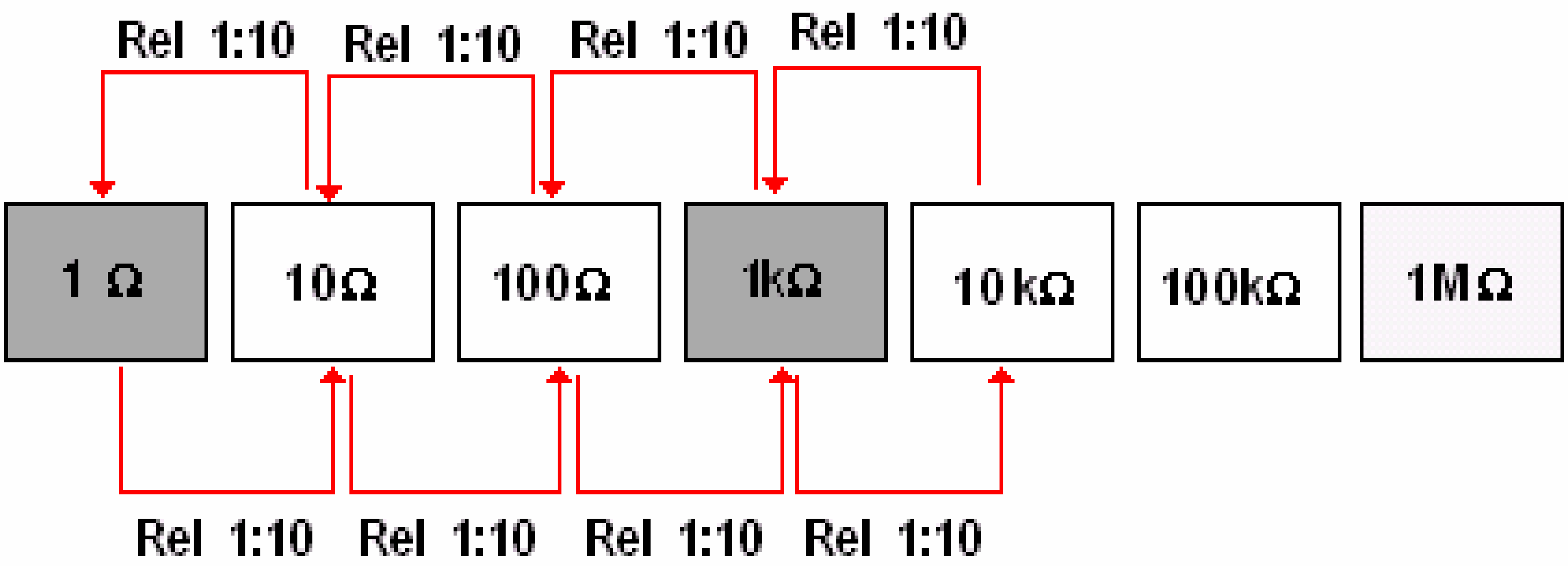
CENTRO NACIONAL DE METROLOGIA

# Construcción de patrones de transferencia de resistencia eléctrica tipo Hamon

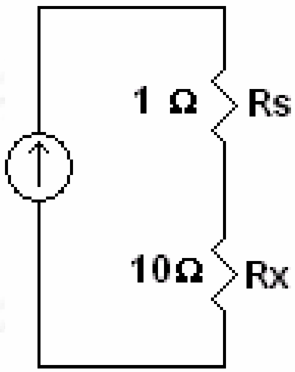
Benjamín Rodríguez Medina

# Introducción




**Realizar calibraciones de resistores en relaciones diferentes a 1:1 impide conservar las condiciones de medición, de tal forma que el efecto se refleja directamente sobre la incertidumbre**

## Caso 1




Rs se conoce a 100 mA

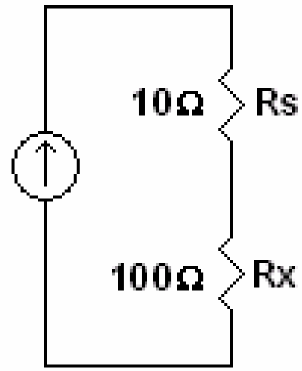
Entonces:

$V_S = 100\ mV$

$Ps = (100\ mA)^2 (1\ \Omega) = 10\ mW$

$V_X = 1V$

$Ps = (100mA)^2 (10\Omega) = 100mW$




Entonces:

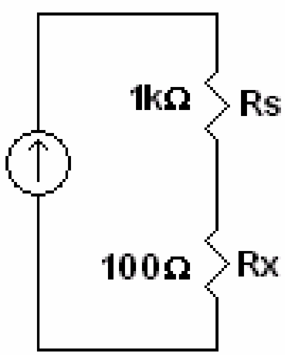
$V_S = 1V$

$Ps = (100mA)^2 (10\Omega) = 100mW$

$V_X = 10\ V$

$Ps = (100\ mA)^2 (100\ \Omega) = 1\ W$ !!

## Caso 2




Rs se conoce a 1 mA

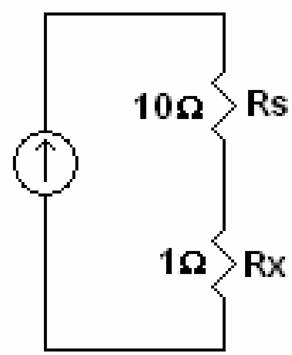
$V_S = 1\ V$

$Ps = (1\ mA)^2 (1k\ \Omega) = 1mW$

$V_X = 100mV$

$P_X = (1\ mA)^2 (100\ \Omega) = 100\mu W$

•••




Entonces:

$V_S = 10mV$

$Ps = (1mA)^2 (10\Omega) = 10\ \mu W$

$V_X = 1mV$

$P_X = (1mA)^2 (1k\Omega) = 1\ mW$

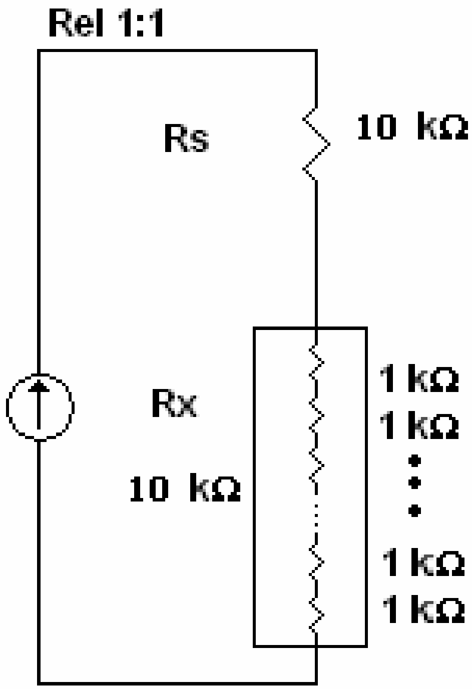
## Patrón de transferencia Hamon

**Una transferencia Hamon es un artefacto compuesto de un conjunto de resistores del mismo valor nominal que sirve para realizar la transferencia de valores de resistencia con muy buena exactitud, utilizando las tres configuraciones básicas para un arreglo de resistores: serie, paralelo y serie-paralelo**

## Técnica Hamon

**El valor de resistencia que resulta de conectar en serie un conjunto de resistores del mismo valor nominal tiene una equivalencia con respecto al valor de resistencia que se obtiene conectando en paralelo los mismos resistores de la forma: $R_p = R_s/n^2$**

# Técnica Hamon



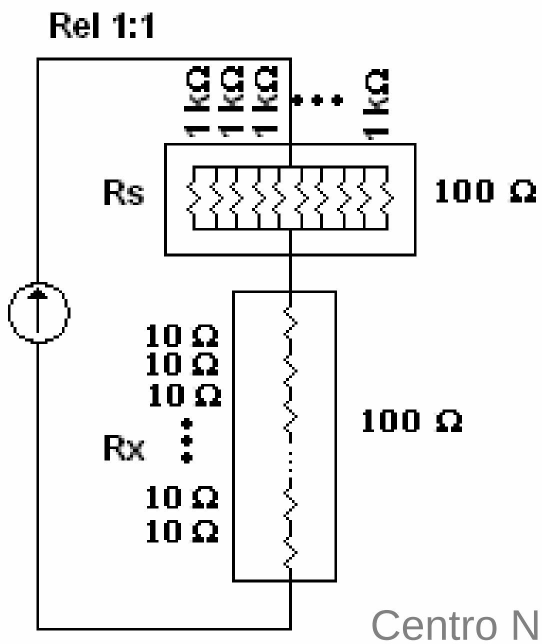

**Si se tiene Rs = 10k Ω y se configura Rx = 10k Ω, Rs se conoce a 1mA**

$$Is = 1mA \qquad Ix = 1mA$$

$$Ps = Is^2 Rs \qquad Px = Ix^2 Rx$$

Por lo tanto **Ps = Px = 10 mW**

---

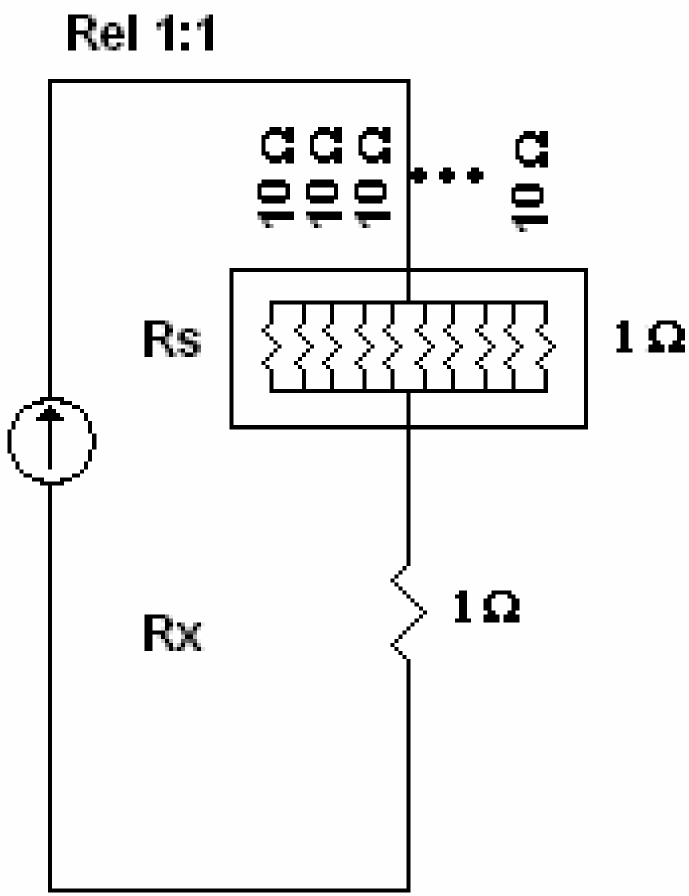



**Ahora se puede configurar Rs = 100 Ω y calibrar Rx = 100 Ω**

$$Is = 10mA \qquad Ix = \frac{Is}{Rx} Rs = 10mA$$

Por lo tanto **Ps = Px = 10 mW**

**Finalmente, se puede configurar Rs = 1Ω para calibrar Rx=1Ω**




$$Is = 100mA$$

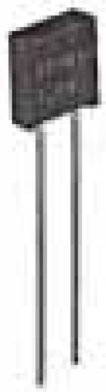
$$Ix = \frac{Is}{Rx} Rs = 100mA$$

**Por lo tanto Ps = Px = 10 mW**

# Requerimientos

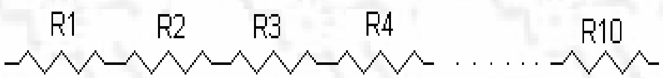
La técnica Hamon tiene requisitos que son indispensables para la construcción de un patrón de transferencia, los principales son : la elección de los resistores y el diseño de las uniones para conectar los resistores entre si

# RESISTORES



**Para tener una visión más cercana de la operación de un dispositivo de transferencia de resistencia eléctrica tipo Hamon se pueden revisar los detalles de las configuraciones serie y paralelo, cuando los resistores que se conectan son del mismo valor nominal.**

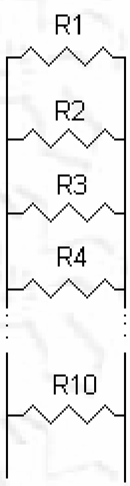
Para ambos casos : $R_n = R\,(1 + \Delta n)$




## Configuración SERIE

$$R_s = \sum_{n=1}^{m} R_n$$

$$R_s = mR\left(1 + \frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m} R_n\right)$$




## Configuración PARALELO

$$R_p = \frac{1}{\displaystyle\sum_{n=1}^{m} \frac{1}{R_n}}$$

$$R_p = \frac{R}{m}\,(1 + \Delta av) + \frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}\Delta n^2 - \Delta^2{}_{av} + \left(\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}\Delta n^3 - 2\,\Delta av\left(\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}\Delta n^2\right) + \Delta av\right)$$

# Ejemplo

Si se tiene un conjunto de 10 resistores del mismo valor nominal conectados en paralelo, 5 de estos con una desviación $\Delta n$ con respecto al valor nominal de 0,1% excediendo y los restantes con 0,1% por abajo del valor nominal :

$$\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}\Delta n^{2}-\Delta^{2}_{av} = \frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}(0-\Delta_{n})^{2}$$

Término cuadrático

$$= \frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}((10)(10^{-3})^{2})$$

$$\boxed{= 10^{-6} = 1\,ppm}$$

---

$$\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}\Delta_{n}^{3} = \frac{1}{10}\left[(5)(10^{-3})^{3} - (5)(10^{-3})^{3}\right]$$

Término al cubo

$$\boxed{=0}$$

---

Término de mayor orden

$$\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}\Delta_{n}^{4}+\left(\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}\Delta_{n}^{2}\right)^{2} = \frac{1}{10}\left((10)(10^{-3})^{4}\right)+10^{-12}$$

$$\boxed{= 2 \text{ en } 10^{12}}$$

Ahora, ¿que sucede si se cuenta con un conjunto de 10 resistores con desviaciones de: 0,01% en la misma razón?

$$\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}\Delta n^2 - \Delta^2{}_{av} = \frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}(0-\Delta_n)^2$$

Término cuadrático

$$= \frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}((10)(10^{-4})^2)$$

$$\boxed{= 10^{-8}}$$

---

$$\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}\Delta_n^3 = \frac{1}{10}\left[(5)(10^{-4})^3 - (5)(10^{-4})^3\right]$$

Término al cubo

$$\boxed{=0}$$

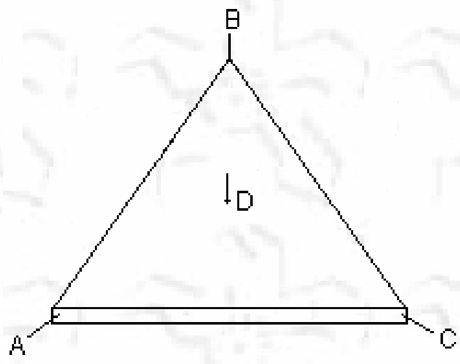
---

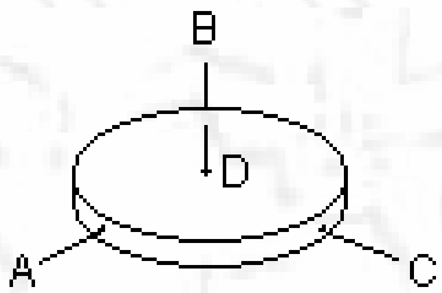
$$\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}\Delta_n^4 + \left(\frac{1}{10}\sum_{n=1}^{m}\Delta_n{}^2\right)^2 = \frac{1}{10}((10)(10^{-4})^4) + 10^{-16}$$

Término de orden mayor

$$\boxed{= 2 \text{ en } 10^{16}}$$

# Uniones




**Las uniones en un dispositivo Hamon, permiten realizar las configuraciones Serie-Paralelo necesarias para la transferencia de algún valor de referencia de resistencia eléctrica. Estas, deben reunir ciertas características para que puedan ofrecer los mejores beneficios en la transferencia.**

**Su forma y la disposición de sus contactos, determinan un término de resistencia adicional a cada uno de los resistores que estará ligando. Los tres puntos de contacto exteriores, deben ser equidistantes con el punto central, así mismo, la distancia entre los mismos puntos exteriores debe ser la misma.**

**Los patrones de transferencia tipo Hamon utilizan uniones de cobre de 4 terminales con la finalidad de contar con puntos de unión entre resistores cuya contribución de resistencia eléctrica sea muy baja, idealmente de cero y que de preferencia este bien conocida.**

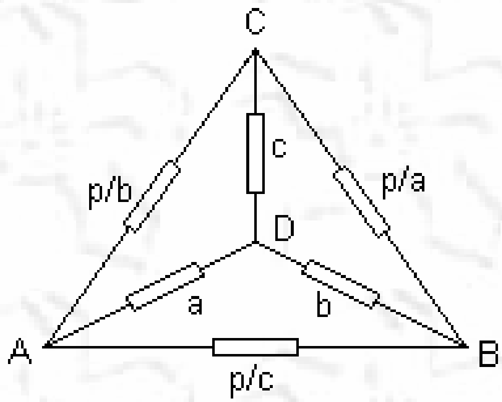
Las uniones equilibradas introducen el mismo término adicional en la evaluación de la resistencia, ya sea en conexión serie o paralelo.

Uniones tipo tetraédricas

$$R_{AB} = \frac{ab + ac + bc}{c} = \frac{p\ (\Omega^2)}{c\ (\Omega)}$$

donde

$$p = ab + ac + bc = \ [\Omega^2]$$




Definiendo de igual manera A y C y C y B

$$R_{AC} = p/b\ [\Omega]$$

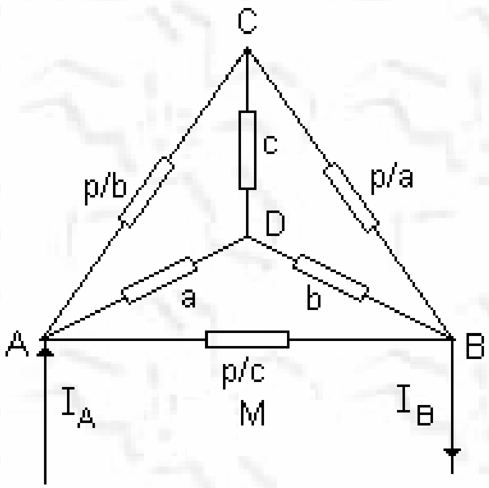
$$R_{CB} = p/a\ [\Omega]$$

2 de los bornes de la unión, por ejemplo D y C se ocupan indistintamente de bornes de corriente o de potencial los otros dos sirven para conectar los resistores $R_A$ y $R_B$ a través de la unión.

Evaluación del término adicional de resistencia debido a las uniones

CONFIGURACION SERIE

C es utilizado como borne de potencial



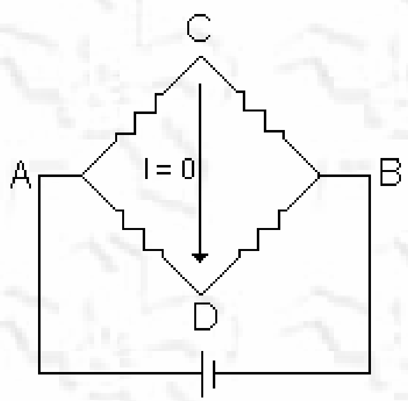

$$I_A = I_B$$

Por lo tanto

$$I_D = I_A - I_B = 0$$

Ahora, se puede observar que por simetría, si a = b y p/b = p/a entonces:

$$V_{AD} = V_{DB} = V_{(AB)/2}$$




Que es el punto M y que tiene el mismo potencial que D y que C

La resistencia entre A y M es entonces:

$$R_{AM} = \frac{p}{c}\left(\frac{a}{a+b}\right)$$

En una unión equilibrada:

La resistencia adicionada por la unión entre A y D es:

p/b, a y $R_{AM}$ en paralelo

$$R_{adicional} = \frac{1}{\frac{1}{p/b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{\frac{p}{c}\left(\frac{a}{a+b}\right)}}$$

Haciendo algebra:

$$\boxed{R_{adicional} = \frac{a}{1 + \frac{ab + bc + ca}{p}}}$$

El mismo análisis para B

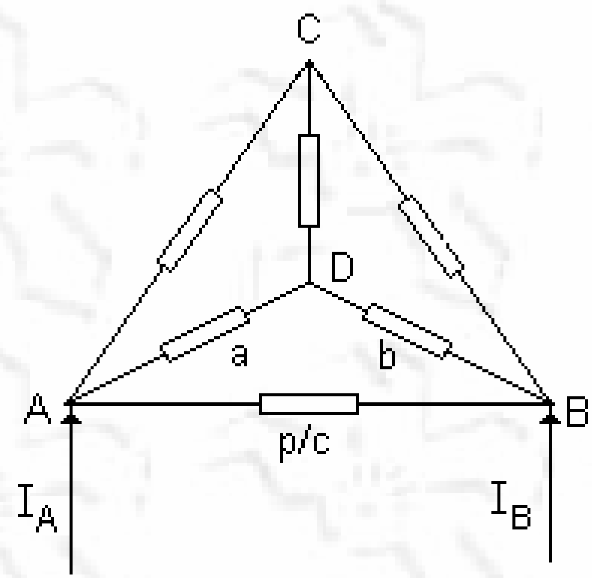
$$\boxed{R_{adicional} = \frac{b}{1 + \frac{ab + bc + ca}{p}}}$$

## Evaluación del término adicional de resistencia debido a las uniones

CONFIGURACION PARALELO

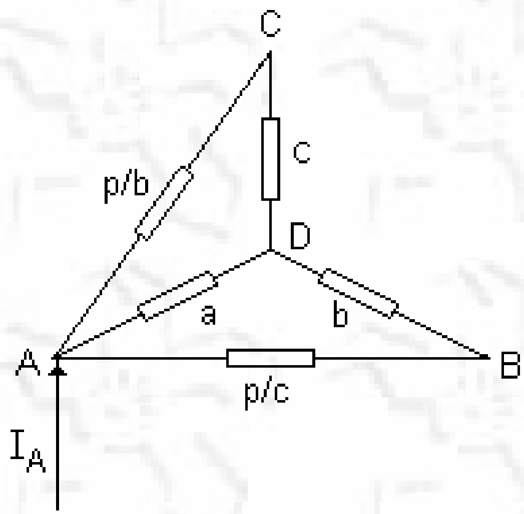
C es utilizado como borne de potencial y D como borne de corriente

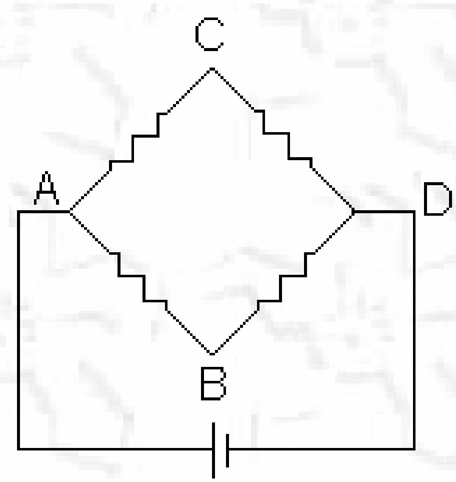
$$I_A + I_B = I_D$$




De acuerdo con el teorema de superposición se puede realizar una evaluación de la resistencia adicional con el efecto de las corrientes $I_B$ ( con $I_A = 0$ ) e $I_A$ ( con $I_B = 0$ )

Si $I_B = 0$,



Se puede observar que la resistencia adicional debida a la unión en A es:

a , pb+c y pc+b en paralelo

$$\text{Radicional} = \left( \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{\frac{p}{b} + c} + \frac{1}{\frac{p}{c} + b}} \right)$$

La resistencia adicional en configuración paralelo es:

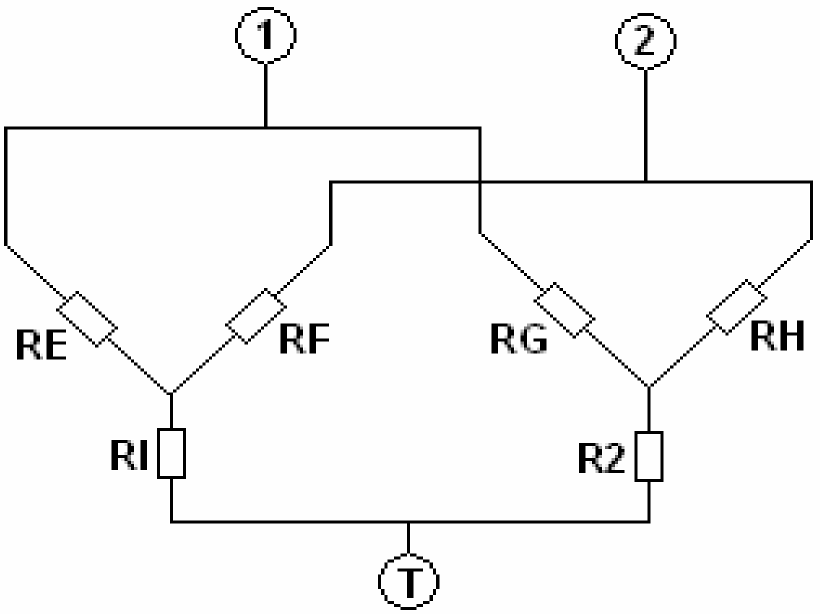
$$\boxed{\text{Radicional} = \frac{a}{1 + \frac{ab + bc + ca}{p}}}$$

$$\boxed{\text{Radicional} = \frac{b}{1 + \frac{ab + bc + ca}{p}}}$$

# Arreglos de resistores para configuración

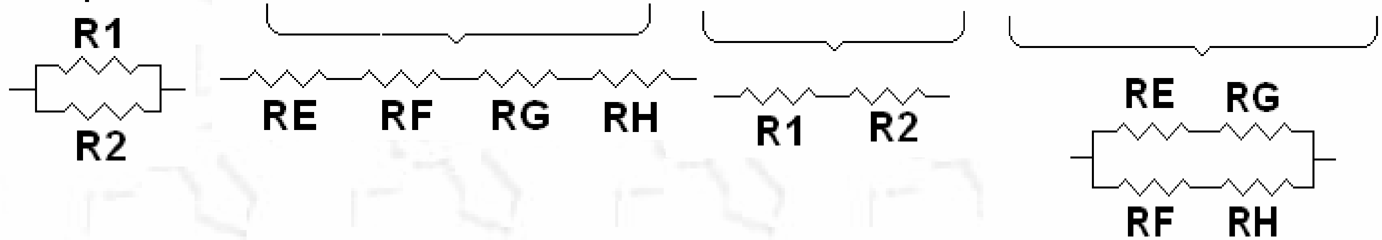
**Un problema importante en la configuración de resistores de cuatro terminales en paralelo se presenta cuando dichos resistores no están conectados a través de una unión de cuatro terminales.**

**El circuito que resulta de conectar dos resistores en paralelo suponiendo que tienen una unión perfecta en una de sus terminales es como el que se muestra**



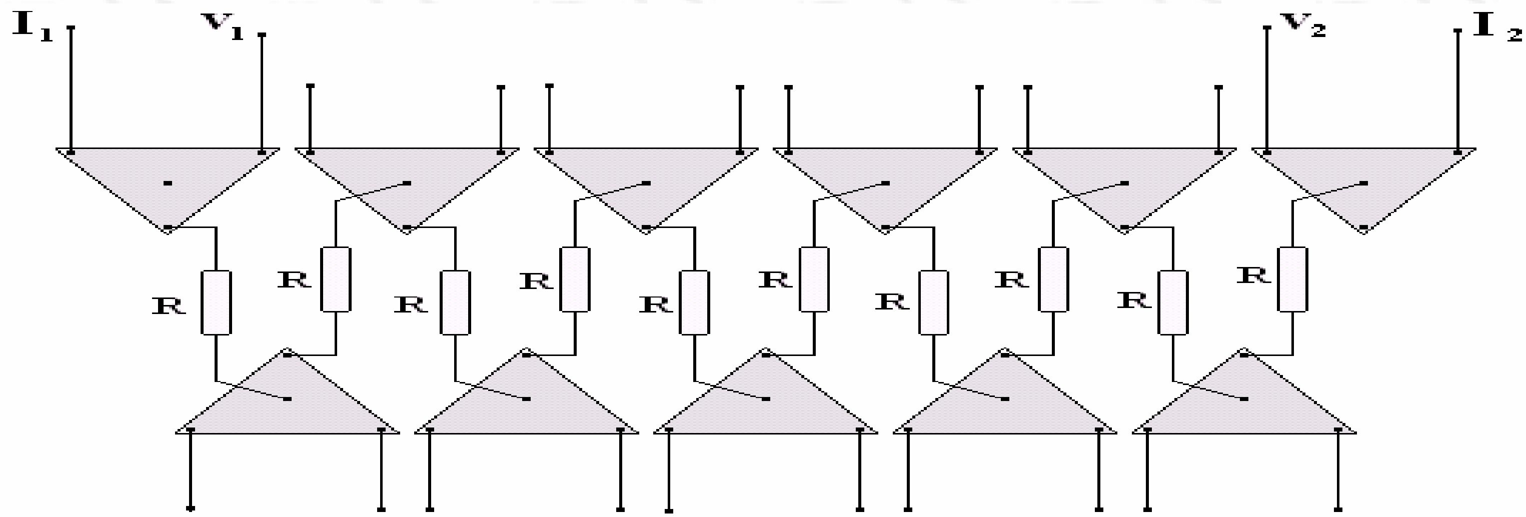
**Su representación matemática sería :**

$$Rp=\underbrace{\left(\frac{R1R2}{R1+R2}\right)}\left\{1+\overbrace{\frac{(R1R2)\left(\frac{RH}{R2}-\frac{RF}{R1}\right)\left(\frac{RG}{R2}-\frac{RE}{R1}\right)}{\underbrace{(RE+RF+RG+RH)}\left(\underbrace{R1+R2}+\underbrace{\frac{(RE+RG)(RF+RH)}{(RE+RF+RG+RH)}}\right)}}^{\text{Termino del error}}\right\}$$

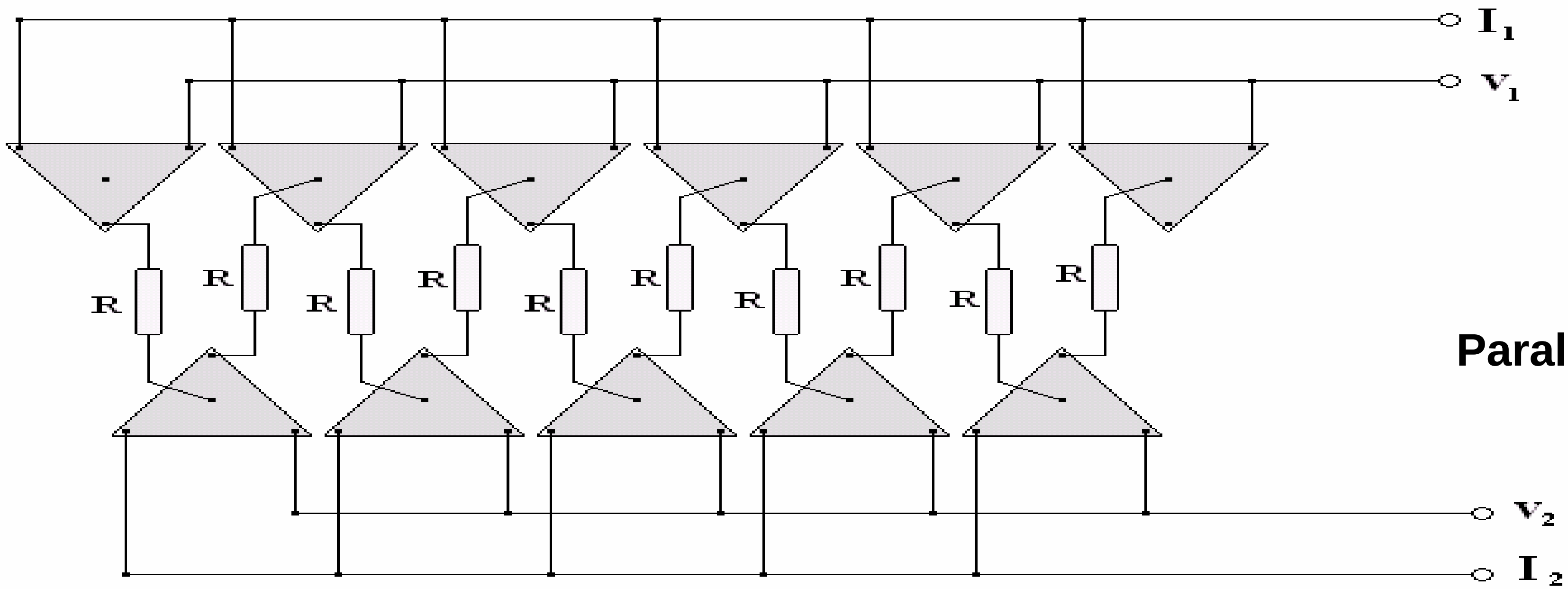



**Como se puede apreciar la parte derecha de la ecuación debería ser lo más cercano a cero, por lo que entonces se decide que RF y RH deben ser lo más pequeños posibles o al menos pequeños si los comparamos con los resistores que estarán ligando.**

# Patrón de transferencia Hamon

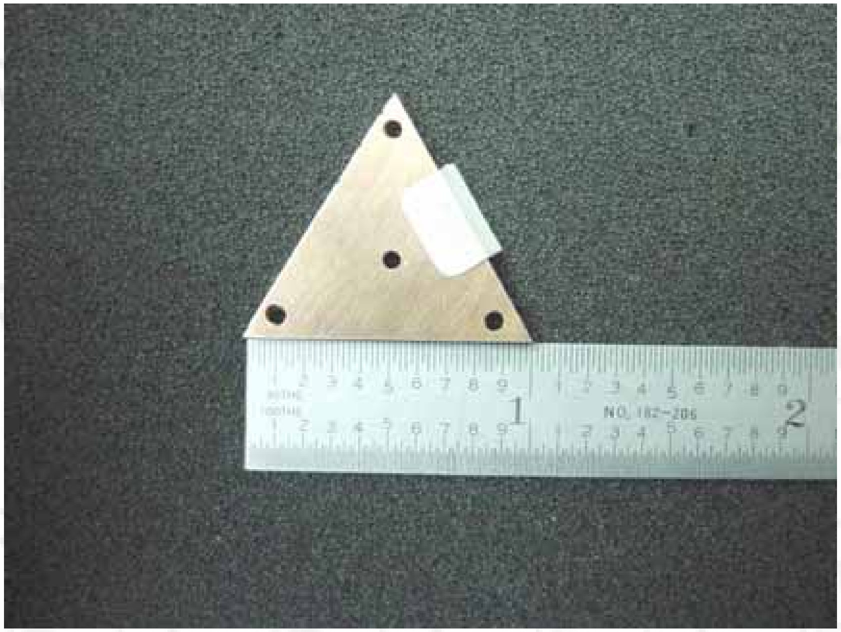



**Serie**



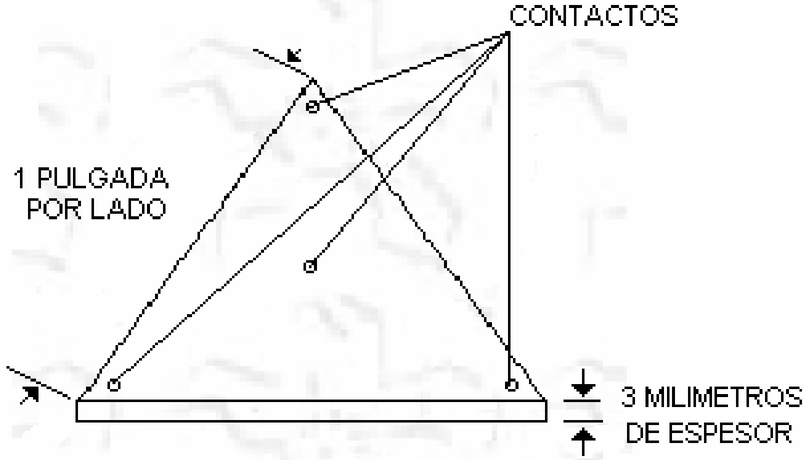

**Paralelo**

# Uniones Hamon




**Uniones de forma triangular maquinadas en placa de cobre de 3 mm de espesor, todas cortadas del mismo tramo de material**

**Triángulos EQUILATEROS de 1 pulgada por lado**



# Puerto de conectores para configuración

Patrón de transferencia tipo Hamon prototipo CENAM

# Conclusión

**Teniendo como objetivo la conservación de las condiciones de calibración del proceso de escalamiento del valor de resistencia eléctrica y la simpleza de su operación podemos concluir que los patrones de transferencia de resistencia eléctrica tipo Hamon resultan ser una buena alternativa para la calibración de resistores.**